SZCZEGÓŁOWE WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI

Klasa III technikum – zakres podstawowy I rozszerzony

Zespół Szkół Technicznych w Grudziądzu • rok szkolny 2026/2027

Przedmiot	Matematyka
Klasa / poziom	III technikum – zakres podstawowy i rozszerzony
Materiały	Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro – M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda
Główne działy	Geometria analityczna; wielomiany; dwumian Newtona i trójkąt Pascala; wyrażenia wymierne; ciągi; czworokąty i ich pola; elementy analizy matematycznej
Charakter dokumentu	Szczegółowe, narastające wymagania edukacyjne na oceny 2–6, przeznaczone do szkolnych wymagań edukacyjnych

Zasada narastania wymagań. Uczeń ubiegający się o daną ocenę powinien opanować również wiadomości i umiejętności przewidziane na oceny niższe. Ocenie podlegają w szczególności: sprawność rachunkowa, rozumowanie, język matematyczny, dobór metod, interpretacja wyników, modelowanie, argumentowanie i dowodzenie.

Ocena celująca. Nie jest uzależniona od obowiązkowego opanowania treści wykraczających poza program. Obejmuje bardzo wysoki stopień opanowania wymagań programowych, samodzielne rozwiązywanie zadań nietypowych i problemowych, tworzenie strategii, uogólnianie, argumentowanie i dowodzenie.

Dział / zakres szczegółowy	2 – dopuszczający	3 – dostateczny	4 – dobry	5 – bardzo dobry	6 – celujący
I. GEOMETRIA ANALITYCZNA					
1. Odcinek w układzie współrzędnych	oblicza długość odcinka oraz współrzędne jego środka w prostych przypadkach; zaznacza punkty w układzie współrzędnych	stosuje wzory na długość i środek odcinka w typowych zadaniach; wyznacza brakującą współrzędną przy prostych warunkach	wykorzystuje długości i środki odcinków do badania własności trójkątów i czworokątów	rozwiązuje zadania wieloetapowe, łącząc metody analityczne z własnościami figur	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe i parametryczne dotyczące odcinków i figur w układzie współrzędnych
2. Równanie kierunkowe prostej	rozpoznaje równanie y=ax+b; wskazuje współczynnik kierunkowy i wyraz wolny; szkicuje prostą	wyznacza równanie prostej przez punkt o danym współczynniku kierunkowym lub przez dwa punkty	interpretuje współczynnik kierunkowy; bada równoległość prostych; rozwiązuje typowe zadania geometryczne	wyznacza proste spełniające kilka warunków i analizuje zależności między ich równaniami	rozwiązuje nietypowe zadania z parametrem i uzasadnia własności prostych metodami analitycznymi
3. Równanie ogólne prostej	rozpoznaje równanie Ax+By+C=0 i sprawdza, czy punkt należy do prostej	przechodzi między postacią ogólną i kierunkową, gdy jest to możliwe; wyznacza prostą z danych	stosuje warunki równoległości i prostopadłości oraz rozwiązuje zadania z prostymi	sprawnie dobiera postać równania prostej do problemu i rozwiązuje zadania wieloetapowe	przeprowadza nietypowe rozumowania analityczne, także z parametrem
4. Równanie okręgu	rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej; odczytuje środek i promień	zapisuje równanie okręgu o danym środku i promieniu; sprawdza położenie punktu względem okręgu	wyznacza równanie okręgu z dodatkowych danych i przekształca typowe równania do postaci kanonicznej	rozwiązuje złożone zadania dotyczące okręgów i zależności między ich elementami	rozwiązuje nietypowe zadania analityczne i parametryczne dotyczące okręgu
5. Punkty wspólne prostych, okręgów i parabol	wyznacza punkt przecięcia dwóch prostych w prostych przypadkach	wyznacza punkty wspólne prostej i paraboli lub prostej i okręgu w typowych zadaniach	interpretuje liczbę punktów wspólnych algebraicznie i geometrycznie	analizuje liczbę punktów wspólnych w zależności od parametrów i rozwiązuje złożone układy	rozwiązuje nietypowe problemy o styczności i liczbie punktów wspólnych, uzasadniając warunki
6. Zastosowanie układów równań w geometrii analitycznej	rozwiązuje prosty układ równań wynikający z opisu geometrycznego	stosuje układy równań do wyznaczania współrzędnych punktów i parametrów figur	modeluje typowe problemy geometryczne za pomocą układów równań	rozwiązuje złożone zadania łączące proste, okręgi i parabole	samodzielnie tworzy model algebraiczny nietypowego problemu geometrycznego i uzasadnia kompletność rozwiązania
II. WIELOMIANY					
7. Wielomian jednej zmiennej – pojęcia podstawowe	rozpoznaje wielomian; wskazuje stopień, współczynniki i wyraz wolny; oblicza wartość wielomianu	porządkuje wielomian i wykonuje podstawowe obliczenia z parametrami w prostych przypadkach	analizuje stopień i współczynniki wielomianu zależnego od parametru	rozwiązuje złożone zadania dotyczące równości i własności wielomianów	rozwiązuje nietypowe problemy parametryczne i formułuje poprawne uzasadnienia
8. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów	wykonuje podstawowe działania na wielomianach	sprawnie dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany oraz redukuje wyrazy podobne	stosuje działania do przekształcania złożonych wyrażeń i rozwiązywania typowych zadań	wykorzystuje działania na wielomianach w zadaniach dowodowych i parametrycznych	rozwiązuje nietypowe problemy algebraiczne, dobierając optymalny sposób przekształcenia
9. Równość wielomianów	rozpoznaje wielomiany równe i porównuje odpowiadające współczynniki	wyznacza niewiadome współczynniki z warunku równości wielomianów	rozwiązuje zadania z kilkoma niewiadomymi współczynnikami	stosuje równość wielomianów w złożonych problemach i zadaniach z parametrem	rozwiązuje nietypowe zadania wymagające uogólnienia zależności między współczynnikami
10. Wzory algebraiczne wyższych stopni i rozkład na czynniki	stosuje znane wzory skróconego mnożenia i wyłącza wspólny czynnik	stosuje grupowanie oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów w typowych zadaniach	dobiera metodę rozkładu wielomianu na czynniki i wykonuje wieloetapowe przekształcenia	łączy kilka metod rozkładu oraz wykorzystuje rozkład w zadaniach dowodowych	rozwiązuje nietypowe problemy wymagające twórczego rozkładu i uogólnienia wzorów
11. Dzielenie wielomianu przez dwumian x-a	wykonuje proste dzielenie wielomianu przez dwumian liniowy	stosuje algorytm dzielenia i zapisuje iloraz oraz resztę	wykorzystuje dzielenie do badania podzielności i rozkładu wielomianu	rozwiązuje złożone zadania, w których warunki dotyczą ilorazu lub reszty	rozwiązuje nietypowe zadania parametryczne dotyczące podzielności wielomianów
12. Schemat Hornera	stosuje schemat Hornera do obliczenia wartości wielomianu lub prostego dzielenia	sprawnie dzieli wielomian przez x-a schematem Hornera	wykorzystuje schemat do wyszukiwania pierwiastków i rozkładu wielomianu	łączy schemat Hornera z innymi metodami w zadaniach złożonych	rozwiązuje nietypowe zadania parametryczne i uzasadnia wybór schematu
13. Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bézouta	sprawdza, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu	stosuje twierdzenie Bézouta w typowych zadaniach	wykorzystuje pierwiastek do rozkładu wielomianu i wyznaczania pozostałych pierwiastków	stosuje twierdzenie Bézouta w zadaniach z warunkami na współczynniki	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe i parametryczne dotyczące pierwiastków
14. Pierwiastki całkowite wielomianu	sprawdza proste kandydatury na pierwiastki całkowite	znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych w typowych przypadkach	systematycznie wyznacza możliwe pierwiastki i rozkłada wielomian	rozwiązuje złożone równania, łącząc poszukiwanie pierwiastków z dzieleniem wielomianu	rozwiązuje nietypowe problemy dotyczące pierwiastków i współczynników wielomianu
15. Równania wielomianowe	rozwiązuje równania wielomianowe doprowadzone do prostej postaci iloczynowej	rozkłada wielomian na czynniki i rozwiązuje typowe równania	stosuje grupowanie, twierdzenie Bézouta i podstawienie w równaniach wielomianowych	rozwiązuje złożone równania, w tym sprowadzalne do kwadratowych, oraz kontroluje wszystkie przypadki	rozwiązuje nietypowe równania i zadania z parametrem, uzasadniając kompletność rozwiązania
16. Nierówności wielomianowe	odczytuje znak prostego iloczynu i rozwiązuje najprostsze nierówności	stosuje metodę przedziałów dla wielomianu w postaci iloczynowej	rozwiązuje typowe nierówności po samodzielnym rozkładzie wielomianu	analizuje złożone nierówności, pierwiastki wielokrotne i warunki parametryczne	rozwiązuje nietypowe nierówności wielomianowe oraz uzasadnia analizę znaku
III. DWUMIAN NEWTONA I TRÓJKĄT PASCALA					
17. Trójkąt Pascala i współczynniki dwumianowe	odczytuje współczynniki z prostych wierszy trójkąta Pascala	tworzy kolejne wiersze i stosuje podstawowe własności współczynników	wykorzystuje symetrię i zależności między współczynnikami w zadaniach	rozwiązuje złożone zadania dotyczące współczynników dwumianowych	uzasadnia nietypowe własności współczynników i rozwiązuje zadania problemowe
18. Dwumian Newtona	rozwija proste potęgi dwumianu z pomocą wzoru lub trójkąta Pascala	stosuje wzór Newtona do rozwijania (a+b)^n i (a-b)^n	wyznacza wskazany wyraz lub współczynnik rozwinięcia	rozwiązuje złożone zadania algebraiczne z wykorzystaniem wzoru Newtona	rozwiązuje nietypowe zadania wymagające uogólnienia lub argumentacji kombinatorycznej
IV. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI WYMIERNE					
19. Dziedzina i skracanie wyrażeń wymiernych	wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego i skraca prosty ułamek algebraiczny	rozkłada licznik i mianownik na czynniki, podaje założenia i skraca wyrażenie	wyznacza dziedzinę złożonych wyrażeń i poprawnie kontroluje wykluczenia	przekształca wieloetapowe wyrażenia, zachowując pełne warunki dziedziny	rozwiązuje nietypowe problemy dotyczące równoważności wyrażeń i warunków ich istnienia
20. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych	mnoży i dzieli proste ułamki algebraiczne po podaniu podstawowych założeń	wykonuje typowe działania po rozkładzie na czynniki	sprawnie upraszcza złożone iloczyny i ilorazy wyrażeń wymiernych	rozwiązuje wieloetapowe zadania i uzasadnia dopuszczalność przekształceń	rozwiązuje nietypowe zadania algebraiczne z pełną kontrolą dziedziny
21. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych	sprowadza proste ułamki algebraiczne do wspólnego mianownika	dodaje i odejmuje typowe wyrażenia wymierne	dobiera najmniejszy dogodny wspólny mianownik i upraszcza wynik	wykonuje złożone przekształcenia obejmujące kilka działań	rozwiązuje nietypowe zadania wymagające świadomej reorganizacji wyrażenia
22. Równania wymierne	rozwiązuje proste równania wymierne, pamiętając o dziedzinie	rozwiązuje typowe równania sprowadzalne do liniowych lub kwadratowych	rozwiązuje równania wieloetapowe i odrzuca rozwiązania niedopuszczalne	analizuje złożone równania wymierne i zadania tekstowe prowadzące do takich równań	rozwiązuje nietypowe równania wymierne, także z parametrem, i uzasadnia wszystkie warunki

Dział / zakres szczegółowy	2 – dopuszczający	3 – dostateczny	4 – dobry	5 – bardzo dobry	6 – celujący
23. Nierówności wymierne	rozwiązuje najprostsze nierówności wymierne z rozłożonym licznikiem i mianownikiem	stosuje metodę przedziałów i poprawnie wyklucza miejsca zerowe mianownika	samodzielnie sprowadza typową nierówność do postaci iloczynowo-ilorazowej	rozwiązuje złożone nierówności i analizuje znaki czynników	rozwiązuje nietypowe nierówności parametryczne oraz uzasadnia pełną analizę przypadków
V. CIĄGI LICZBOWE					
24. Ciąg liczbowy i sposoby określania	rozpoznaje ciąg; oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym	oblicza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie; odczytuje informacje o ciągu	wyznacza wzór lub brakujące parametry ciągu na podstawie typowych danych	analizuje złożone warunki dotyczące wyrazów ciągu	rozwiązuje nietypowe zadania dotyczące sposobów określania ciągów
25. Monotoniczność ciągu	rozpoznaje na prostych przykładach ciąg rosnący lub malejący	bada monotoniczność prostych ciągów przez porównanie kolejnych wyrazów	stosuje różne metody badania monotoniczności typowych ciągów	przeprowadza poprawne dowody monotoniczności bardziej złożonych ciągów	rozwiązuje nietypowe zadania parametryczne i dowodowe dotyczące monotoniczności
26. Ciąg arytmetyczny	rozpoznaje ciąg arytmetyczny; oblicza różnicę i brakujące wyrazy	stosuje wzór na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów	wyznacza parametry ciągu z różnych warunków i rozwiązuje typowe zadania tekstowe	rozwiązuje złożone problemy z ciągiem arytmetycznym i uzasadnia zależności	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe i parametryczne dotyczące ciągu arytmetycznego
27. Ciąg geometryczny	rozpoznaje ciąg geometryczny; oblicza iloraz i brakujące wyrazy	stosuje wzór na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów	wyznacza parametry ciągu z różnych warunków i rozwiązuje typowe zadania praktyczne	rozwiązuje złożone problemy z ciągiem geometrycznym	rozwiązuje nietypowe zadania parametryczne i dowodowe dotyczące ciągu geometrycznego
28. Zastosowania ciągów	rozpoznaje prostą sytuację opisaną ciągiem arytmetycznym lub geometrycznym	stosuje ciągi do typowych zadań praktycznych, w tym procentu składanego	buduje model ciągu dla problemu finansowego lub przyrodniczego i interpretuje wynik	porównuje modele i rozwiązuje wieloetapowe problemy praktyczne	samodzielnie tworzy i analizuje nietypowe modele oparte na ciągach
29. Granica ciągu	rozumie intuicyjnie pojęcie granicy i oblicza najprostsze granice	korzysta z podstawowych granic i twierdzeń o sumie, różnicy, iloczynie i ilorazie	oblicza granice wymagające przekształceń i wyłączania dominujących składników	stosuje twierdzenie o trzech ciągach i rozwiązuje złożone zadania	rozwiązuje nietypowe zadania graniczne i uzasadnia zbieżność
30. Szereg geometryczny	rozpoznaje prosty szereg geometryczny i wskazuje jego iloraz	sprawdza warunek zbieżności i oblicza sumę zbieżnego szeregu geometrycznego	stosuje sumę szeregu w typowych zadaniach algebraicznych i praktycznych	rozwiązuje złożone zadania prowadzące do szeregu geometrycznego	rozwiązuje nietypowe problemy i samodzielnie buduje modele wykorzystujące szereg
VI. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY					
31. Klasyfikacja i własności czworokątów	rozpoznaje trapez, równoległobok, prostokąt, romb i kwadrat; zna podstawowe własności	stosuje własności boków, kątów i przekątnych w typowych zadaniach	wykorzystuje zależności między klasami czworokątów i rozwiązuje zadania wieloetapowe	przeprowadza dowody własności czworokątów i rozwiązuje złożone problemy	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe, dobierając samodzielnie konstrukcje pomocnicze
32. Trapez i odcinek łączący środki ramion	stosuje podstawowe własności trapezu i rozpoznaje jego elementy	oblicza długość odcinka łączącego środki ramion i wykorzystuje własności trapezu równoramiennego	łączy własności trapezu z podobieństwem i twierdzeniem Talesa	rozwiązuje złożone zadania geometryczne dotyczące trapezów	przeprowadza nietypowe dowody i rozwiązuje problemy parametryczne
33. Czworokąty wpisane w okrąg i opisane na okręgu	rozpoznaje czworokąt wpisany lub opisany i zna podstawowe warunki	stosuje warunek dotyczący sumy kątów przeciwległych oraz sum długości odpowiednich boków	wykorzystuje te warunki w typowych zadaniach rachunkowych i geometrycznych	rozwiązuje złożone zadania łączące własności okręgu, trójkątów i czworokątów	przeprowadza nietypowe dowody i analizuje warunki konieczne oraz wystarczające
VII. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA					
34. Pola czworokątów	stosuje podstawowe wzory na pole prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu i trapezu	oblicza pola i brakujące wielkości w typowych zadaniach	dobiera właściwy wzór, wykorzystuje przekątne, wysokości i trygonometrię	rozwiązuje złożone zadania łączące pola z podobieństwem, okręgami i własnościami czworokątów	rozwiązuje nietypowe zadania dowodowe i optymalizacyjne dotyczące pól
VIII. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ					
35. Granica funkcji w punkcie i granice jednostronne	odczytuje z wykresu zachowanie funkcji w pobliżu punktu i proste granice	oblicza typowe granice przez podstawienie lub proste przekształcenia; rozróżnia granice jednostronne	oblicza granice wymagające rozkładu na czynniki, skracania lub usuwania niewymierności	analizuje granice funkcji określonych różnymi wzorami i rozwiązuje zadania z parametrem	rozwiązuje nietypowe zadania graniczne i uzasadnia istnienie lub brak granicy
36. Granice w nieskończoności i asymptoty	rozpoznaje z wykresu podstawowe zachowanie funkcji dla dużych argumentów oraz asymptotę pionową lub poziomą	oblicza proste granice w nieskończoności i wyznacza typowe asymptoty	stosuje granice do badania asymptot funkcji wymiernych	analizuje złożone funkcje i wyznacza asymptoty na podstawie pełnej analizy granic	rozwiązuje nietypowe zadania asymptotyczne, także z parametrem
37. Ciągłość funkcji	rozpoznaje intuicyjnie ciągłość funkcji na wykresie	sprawdza ciągłość w punkcie w prostych przypadkach	bada ciągłość funkcji określonej różnymi wzorami	wyznacza parametry zapewniające ciągłość i uzasadnia warunki	rozwiązuje nietypowe zadania parametryczne i problemowe dotyczące ciągłości
38. Pochodna funkcji – interpretacja i obliczanie	rozumie pochodną jako miarę zmiany i nachylenie stycznej; oblicza pochodne podstawowych funkcji	stosuje podstawowe reguły różniczkowania sumy i wielokrotności funkcji	sprawnie oblicza pochodne iloczynów i ilorazów funkcji przewidzianych programem; wyznacza równanie stycznej w typowych zadaniach	rozwiązuje złożone zadania wykorzystujące interpretację geometryczną i rachunek pochodnych	rozwiązuje nietypowe problemy, łącząc definicję, interpretację i własności pochodnej
39. Monotoniczność, ekstrema i optymalizacja z użyciem pochodnej	rozpoznaje związek znaku pochodnej ze wzrostem i spadkiem funkcji; odczytuje ekstrema	wyznacza przedziały monotoniczności i proste ekstrema za pomocą pochodnej	przeprowadza typowe badanie funkcji i rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne	rozwiązuje złożone problemy optymalizacyjne, analizuje warunki i interpretuje wynik	samodzielnie modeluje nietypowe problemy optymalizacyjne, uzasadnia globalny charakter rozwiązania i poprawność modelu

Uwagi do stosowania dokumentu. Kolejność szczegółowych zagadnień może być dostosowana do przyjętego w ZST rozkładu materiału, liczby godzin, organizacji praktyk zawodowych i aktualnej wersji materiałów Pazdro. Dokument należy stosować łącznie ze statutem szkoły, zasadami oceniania oraz aktualną podstawą programową. Treści, które w aktualnej podstawie programowej przestały być obowiązkowe, nie powinny stanowić koniecznego warunku uzyskania oceny.